DETERMINANT HESABINDA CHIO YÖNTEMİ

Bu yöntemde determinant hesabı, hesaplanacak matrisin her bir adımda bir mertebe indirgenmesiyle hesaplanır. Burada mertebe verilen kare matrisin satır ya da sütun sayısını ifade eder. Matris indirgenirken 2x2 lik determinant hesaplarıyla matris indirgenir.

$n \times n$ tipinde bir matris alarak bu yöntemin çalışma şeklini inceleyelim.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & & a_{nn} \end{bmatrix}_{n \times n}$$

tipinde n mertebeli bir matris olsun.

$$\det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

şeklinde hesaplanır.

A matrisinin determinantını;

$$\det(A) = \frac{1}{a_{11}^{(n-2)}} \begin{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix} & \cdots & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{2n} \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} & \cdots & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1n} \\ a_{31} & a_{3n} \end{vmatrix} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{n1} & a_{n2} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{n1} & a_{n3} \end{vmatrix} & \cdots & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1n} \\ a_{n1} & a_{nn} \end{vmatrix} \end{vmatrix}$$

şeklinde bir determinanta dönüştürdük.

Scanned by CamScanner

Bu matrisin içindeki 2x2 lik determinantları hesaplarsak;

$$\det(A) = \frac{1}{a_{11}^{(n-1)}} \begin{vmatrix} a_{11}' & a_{12}' & \cdots & a_{1(n-1)}' \\ a_{21}' & a_{22}' & \cdots & a_{2(n-1)}' \\ \vdots & & & \\ a_{(n-1)1}' & a_{(n-1)2}' & \cdots & a_{(n-1)(n-1)}' \end{vmatrix}_{(n-1)(n-1)}$$

tipinde, mertebesi bir mertebe indirgenmiş bir matris elde ederiz. Bu determinanta da aynı yöntemi uygularsak

$$\det(A) = \frac{1}{a_{11}^{(n-2)}} \frac{1}{a_{11}'^{[(n-1)-2]}} \begin{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{11}' & a_{12}' \\ a_{21}' & a_{22}' \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_{11}' & a_{13}' \\ a_{21}' & a_{23}' \end{vmatrix} & \cdots \\ \begin{vmatrix} a_{11}' & a_{12}' \\ a_{31}' & a_{32}' \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_{11}' & a_{13}' \\ a_{31}' & a_{33}' \end{vmatrix} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \end{vmatrix}_{(n-2)\times(n-2)}$$

elde ederiz. Görüldüğü gibi artık determinantımız (n-2) mertebeli oldu. Bu şekilde işlemlere devam ederek determinantı 2x2 lik determinanta dönüştürürüz ve hesaplarız. Bu hesaplama yönteminde $a_{11} \neq 0$ olmalıdır.

Scanned by CamScanner

örnek:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 7 & 8 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}_{4\times 4}$$

matrisinin determinantını chio yöntemi ile hesaplayınız.

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 7 & 8 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 5 & 6 \end{vmatrix} = \frac{1}{1^2} \begin{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 8 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} -2 & -3 & -4 \\ -2 & -3 & -4 \\ -6 & -10 & -12 \end{vmatrix}$$

devam edelim, bir mertebe daha indirgeyelim;

$$\begin{vmatrix} -2 & -3 & -4 \\ -2 & -3 & -4 \\ -6 & -10 & -12 \end{vmatrix} = \frac{1}{(-2)^1} \begin{vmatrix} \begin{vmatrix} -2 & -3 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -2 & -4 \\ -2 & -4 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} -2 & -3 \\ -6 & -10 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -2 & -4 \\ -6 & -12 \end{vmatrix} \end{vmatrix}$$

$$= -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 0$$ bulmuş oluruz.

$$\det(A) = 0$$

Scanned by CamScanner